

เรียนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

QUANTITATIVE REASONING AND PROBLEM SOLVING

- การเรียนวิชาที่เกี่ยวกับปริมาณหรือตัวเลข ควรเรียนด้วยวิธีให้ผู้เรียนฝึกแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยแก้ปัญหามีบริบทซับซ้อนตามสถานการณ์จริง
- ผู้สอนต้องมีวิธีฝึกให้ผู้เรียนใช้แก้ปัญหอย่างถูกต้อง โดยมีตัวอย่างชิ้นงาน และมีคู่มือกระบวนการแก้ปัญห ๕ ขั้นตอนให้ใช้ โดยต้องมีการตรวจผลงานฝึกหัด เพื่อเป็น Feedback ในกรณีที่ชั้นเรียนใหญ่

- การใช้ Peer Feedback ให้ประโยชน์สองต่อการเรียนรู้วิธีแก้ปัญหเชิงปริมาณหรือเชิงตัวเลข ซึ่งแตกต่างกันอย่างเห็นชัดตรงกันข้ามกับการแก้ปัญหเชิงคุณภาพ คือ การเรียนจากกรณีศึกษากับการเรียนโดยใช้ปัญหา
- มีคนเรียกวิชาหรือศาสตร์ด้านปริมาณหรือตัวเลข (วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ เทคโนโลยี) ว่า “ศาสตร์แข็ง” (Hard Science) คือ มีกฎเกณฑ์กติกาชัดเจนแน่นอน
- เรียกศาสตร์ด้านสังคมและจิตใจของมนุษย์ว่า “ศาสตร์อ่อน” (Soft Science) คือ มีความอ่อนตัวและยืดหยุ่นตามสถานการณ์ที่แตกต่างกัน

- วิธีทำหน้าที่ย่อความสะดวกต่อการเรียนรู้การแก้ปัญหาเชิงปริมาณด้วยศาสตร์เชิงและศาสตร์เชิงตัวเลขหรือเชิงปริมาณ คือ คณิตศาสตร์ ที่ทำงานโดยอาศัยหรือควบคู่ไปกับหลักการเชิงวิทยาศาสตร์
- หลักการของคณิตศาสตร์ก็คือ ปรากฏการณ์ต่างๆ ในโลกและในจักรวาลต่างก็มีแบบแผนที่เชื่อมโยงกันเป็นชุดที่เรียกว่า อัลกอริธึม (Algorithm)
- ทำให้สามารถประมาณการความสัมพันธ์ในธรรมชาติออกมาเป็นสมการคณิตศาสตร์ได้การแก้ปัญหาเชิงปริมาณมีคำตอบเดียว แตกต่างจากปัญหาเชิงคุณภาพที่มีได้หลายคำตอบ

- หัวใจของการแก้ปัญหเชิงปริมาณ คือ ต้องเข้าใจตัวปัญหาในมิติที่ลึกในระดับกรอบความคิด (Concept)
- การเรียนแก้ปัญหากลุ่มนี้จึงต้องเป็นการเรียน หรือฝึกทำความเข้าใจหลักการไปพร้อม ๆ กัน

ปัญหาของผู้เรียน เกี่ยวกับความเข้าใจ ปัญหา

- ผู้เรียนมักมีปัญหาความเข้าใจผิดเรื่องการเรียนรู้ศาสตร์เชิงตัวเลขหรือเชิงปริมาณ คือวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โดยมีความเข้าใจผิดที่พบแพร่หลาย ๒ ด้าน คือ
 - (๑) คิดว่าทักษะการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ในวิชาวิทยาศาสตร์ (เช่น ฟิสิกส์) ไม่ขึ้นกับกรอบความคิด (Concept) ในวิชาวิทยาศาสตร์นั้น
 - (๒) คิดว่าการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ (เช่น ฟิสิกส์) เป็นการเรียนสมการทางคณิตศาสตร์ เท่านั้น

- ความเข้าใจผิดทั้งสอง เป็นความเข้าใจผิดแบบชั่วคราวกันข้าม ซึ่งผู้สอนที่สอนได้เพียงตัวเทคนิคหรือสมการที่ผิวเผินตามตำราหรือคู่มือสอน โดยผู้สอนเองก็อยู่ใต้ความเข้าใจผิดสองข้อข้างต้น โดยเฉพาะข้อที่บอกว่าไม่เข้าใจกรอบความคิด
- นักแก้ปัญหามือใหม่มักทำผิดซ้ำแล้วซ้ำอีก เพราะเมื่อเผชิญปัญหา มักใช้วิธีเปรียบเทียบกับปัญหาที่เคยพบในอดีตและใช้วิธีแก้ปัญหานั้นเดิมเป็นแม่แบบในการแก้ปัญหาคใหม่
- หากปัญหาคใหม่เป็นเรื่องหลักการเดียวกับปัญหาคเก่า การแก้ปัญหาคก็ได้ผล แต่หากปัญหาคใหม่คล้ายคลึงกับปัญหาคเก่าเฉพาะส่วนผิว แต่ลึกลงไปแล้วเป็นคนละหลักการ การแก้ปัญหาคของมือใหม่นั้นก็จะผิดพลาด

➤ ประเด็นความเข้าใจหลักการอย่างลึกซึ้งหรือเข้าใจเพียงผิวเผิน
เกี่ยวกับตัวปัญหาเชื่อมโยงกับความสามารถในการแก้ปัญหอย่าง
ถูกต้อง

➤ หากเข้าใจตัวปัญหาไม่ทะลุถึงแก่น การแก้ปัญหาก็ไม่ตรงจุด ความ
ไม่แม่นยำในหลักการ หรือความเคยชินที่ไม่ดี ของผู้เรียน มีสาเหตุ
ดังต่อไปนี้

➤ ความไม่แม่นยำในการอ่าน

- ไม่มีสมาธิอยู่กับความหมายของปัญหา
- อ่านข้ามคำที่ไม่คุ้นเคย หรือไม่เข้าใจ
- มองข้าม หรือลืมนับข้อเท็จจริง หรือแนวความคิดบางอย่าง
- ไม่อ่านข้อความที่เข้าใจยากซ้ำ
- เริ่มแก้ปัญหาก่อนอ่านโจทย์ให้จบก่อน

➤ ความไม่แม่นยำในการคิด

- ทำงานลวกๆ เอาเร็วเข้าว่า ไม่ประณีต
- ทำงานบางส่วนอย่างขาดความระมัดระวัง
- ตีความหรือทำงานอย่างขาดความคงเส้นคงวา
- ไม่ตรวจสอบวิธีการอย่างระมัดระวัง
- ด่วนสรุป

➤ วิเคราะห์ปัญหาผิดหรือไม่ระมัดระวัง

- ไม่ได้แยกแยะปัญหาที่ซับซ้อนออกเป็นส่วนๆ ที่ดำเนินการแก้ไขได้ง่ายขึ้น
- ไม่ได้คำนึงถึงประสบการณ์เดิมในการทำความเข้าใจแนวคิดที่ซับซ้อนหรือยุ่งยาก
- ไม่เปิดพจนานุกรมหรืออรรถาณคัพท์ เมื่อไม่เข้าใจความหมายของคำอย่างแน่ชัด
- ไม่เขียนไดอะแกรม เพื่อช่วยความเข้าใจ

➤ ไม่มีความอดทนมานะพยายาม

- หมดความมั่นใจตนเองและยอมแพ้อย่างง่ายดาย
- เดาหรือแก้ปัญหาบนฐานความเข้าใจที่ผิวเผิน
- ใช้อัลกอริธึมเชิงกลไกโดยไม่ได้คิดให้ชัดเชิงกรอบความคิด (Conceptual)
- ไม่ได้ใช้หลักเหตุผลตลอดทางของการแก้ปัญหา
- ทำงานแบบลองครั้งเดียว หากไม่ได้ผลก็ล้มเลิกความตั้งใจ

- ความเคยชินที่ไม่ดี นำไปสู่ความผิดพลาดที่พบบ่อย คือ
 - ความผิดพลาดเชิงกรอบความคิด (Conceptual Error) เนื่องจากความไม่รู้ หรือความสะเพร่า
 - ความผิดพลาดด้านพีชคณิต โดยเฉพาะในการตัดและการจัดกลุ่ม
 - ความผิดพลาดด้านคณิตศาสตร์ เพราะขาดการทบทวนผลงาน

โมเดลของการใช้ เหตุผลโดย ผู้เชี่ยวชาญ

- ผู้เรียนรู้มือใหม่ต้องการความช่วยเหลือผ่านคำแนะนำ (Guidance) และนั่งร้าน (Scaffolding) โดยที่คำแนะนำมี ๒ แบบ
- แบบแรก คือ ตัวอย่างชิ้นงานที่ทำเสร็จแล้ว โดยต้องเป็นตัวอย่างของกระบวนการคิด (Cognitive Process) ที่แสดงขั้นตอนการคิดของกระบวนการแก้ปัญหา
- ผู้สอนพึงระมัดระวังว่า ตนเองเป็นนักแก้ปัญหาระดับผู้เชี่ยวชาญ ซึ่งมักจะละเลยรายละเอียดขั้นตอนย่อย ๆ ของกระบวนการคิด หรือคิดแก้ปัญหาแบบกระโดดข้ามขั้นตอน พึงไตร่ตรองระบุขั้นตอนรายละเอียดอย่างครบถ้วน อย่าให้มีการละบางขั้นตอนไว้ในฐานที่เข้าใจ
- เมื่อได้เห็นตัวอย่างการคิดอย่างเป็นขั้นเป็นตอนที่น่าไปสู่กระบวนการแก้ปัญหาผู้เรียนก็จะได้รูปแบบหรือโมเดลของการแก้ปัญหาที่ถูกต้องและได้ผล

สอนขั้นตอนของการ แก้ปัญหา

- แบบที่สองสำหรับการเรียนรู้ของมือใหม่ คือ เอกสารระบุกระบวนการ (Process Worksheet) ซึ่งบอกขั้นตอนสำหรับผู้เรียนทำตามและอาจมีข้อความบอกเหตุผลในบางตอน เอกสารนี้จะช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหา โดยการทำความเข้าใจขั้นตอนแล้วโยงสู่กรอบความคิดที่ถูกต้อง ช่วยป้องกันไม่ให้อ้วนดำเนินการไปในเส้นทางที่ผิด

Tried - and - True Method มี ๕ ขั้นตอน ดังนี้

- เขียนปัญหาเป็นภาพ โดยเขียนไดอะแกรมแสดงส่วนสำคัญของปัญหา
- ระบุนับจำนวนที่รู้ และไม่รู้ ข้อจำกัดอื่นๆ และเขียนคำถามใหม่ ให้เข้าใจง่ายขึ้น
- เขียนอธิบายหลักการ (Principles) และกรอบความคิด (Concepts) ที่ใช้ในปัญหา แล้วเขียนไดอะแกรมใหม่ด้วยสัญลักษณ์ ใส่สัญลักษณ์ให้แก้ตัวแปรเป้าหมาย
- วางแผนหาคำตอบ ระบุนสมการที่ต้องการใช้ในการแก้ปัญหาลงแล้วคิดย้อนหลังจากตัวแปรเป้าหมาย ว่ามีข้อมูลเพียงพอหรือไม่สำหรับคำนวณหาคำตอบ ทำตามแผน แทนค่าตัวเลขในแต่ละตัวแปร แล้วคำนวณหาคำตอบ
- ตรวจสอบ และประเมินคำตอบของตน ว่าคำตอบครบถ้วนหรือไม่ ใช้หน่วยถูกต้องไหม สัญลักษณ์ถูกต้องไหม คำตอบสมเหตุสมผลไหม

ฝึกผู้เรียนให้ละความ เคยชินที่ไม่ดี

- ผู้สอนอาจต้องช่วยผู้เรียนที่มีปัญหา หรือทำโจทย์ผิดเป็นประจำโดยการติวเฉพาะตัวหรือเป็นกลุ่มย่อยในเวลางาน
- เริ่มจากให้ผู้เรียนอ่านโจทย์ดีๆ และระบุว่า ต้องการความรู้อะไรบ้างสำหรับแก้ปัญหานั้น ปลอ่ยกให้ผู้เรียนแก้โจทย์เอง โดยให้คิดออกมาดังๆ เพื่อให้กระบวนการคิดช้าลง เพิ่มความแม่นยำและชัดเจนขึ้นในระหว่างที่ผู้เรียนทำโจทย์ ผู้สอนโยนคำถามช่วย

- เธอมีความรู้เกี่ยวกับโจทย์ (ปัญหา) อย่างไรบ้าง
 - มีลู่ทางแก้ปัญหาก็ลู่ทาง อะไรบ้าง
 - จะแยกตัวปัญหาออกเป็นขั้นตอนย่อยได้อย่างไร
 - เธอเคลื่อนจากขั้นตอนที่ ๑ สู่ขั้นตอนที่ ๒ อย่างไร
 - เธอมีเหตุผลเกี่ยวกับขั้นตอนนี้อย่างไร
 - ถึงจุดนี้ เธอคิดอย่างไรเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญห
- เป้าหมาย คือ ช่วยเหลือให้ผู้เรียนเข้าใจกับดักของการแก้ปัญห และทดแทนด้วยความรู้เท่าทันการคิดของตนเอง หากผู้สอนจะเข้าไปช่วย ต้องช่วยเฉพาะในขั้นตอนการคิด อย่าช่วยในขั้นตอนการแก้ปัญห

คำแนะนำป้อนกลับ ของเพื่อน (Peer Feedback)

- คำแนะนำป้อนกลับ (Feedback) เป็นเครื่องมือที่สำคัญยิ่งของการเรียนรู้ ช่วยให้ผู้เรียนปรับปรุงวิธีการเรียนรู้ของตนเองในชั้นเรียนขนาดใหญ่และผู้สอนไม่มีผู้ช่วยสอน
- วิธีแก้ คือ ให้ผู้เรียนในชั้นนั้นเอง ทำหน้าที่ให้คำแนะนำป้อนกลับแก่เพื่อน เป็นการผลักดันให้คำแนะนำป้อนกลับซึ่งกันและกัน
- มีเรื่องเล่าเกี่ยวกับผู้สอนด้านวิศวกรรมศาสตร์ที่สอนชั้นเรียนขนาดใหญ่ ผู้สอนใช้วิธีให้การบ้านเทอมละ ๖ ครั้ง ผู้เรียนนำมาส่งแล้วในระหว่างเวลาของชั้นเรียน ผู้สอนให้เพื่อนผู้เรียนตรวจและให้ความเห็นลงในกระดาษคำตอบ
- ผลการวิจัยพบว่า คำแนะนำป้อนกลับนี้ช่วยให้ผลการเรียนดีขึ้นอย่างมาก

- การได้รับคำแนะนำป้อนกลับอย่างทันท่วงทีช่วยให้ผู้เรียนปรับปรุงการเรียนของตน ส่วนการทำหน้าที่ตรวจการบ้านของเพื่อนและเขียนคำแนะนำช่วยให้ผู้เรียนได้ไตร่ตรองเรียนรู้อย่างลึก รวมทั้งได้เข้าใจระดับคุณภาพของผลงานด้วย
- ดังนั้น การใช้คำแนะนำป้อนกลับโดยเพื่อน (Peer Feedback) มีประโยชน์ต่อการเรียนทั้งของผู้รับและผู้ให้

ทำให้ปัญหาสมจริง และท้าทาย

- ปัญหาที่ดี เป็นปัญหาที่มีบริบทซับซ้อน (Context - Rich) ซึ่งเป็นธรรมชาติของปัญหาในชีวิตจริง
- มีผลงานวิจัยการสอนวิชาฟิสิกส์ชิ้นหนึ่ง ผู้สอนให้ปัญหาเป็นเรื่องเล่าสั้นๆ เกี่ยวกับวัสดุสิ่งของจริงหรือเหตุการณ์ที่เป็นจริงที่ผู้เรียนเกี่ยวข้องในชีวิตจริงและสนใจ
- ผู้เรียนจึงสนุกที่จะทำความเข้าใจปัญหา ดำเนินการคำนวณเพื่อแก้ปัญห เช่น ให้ออกแบบลานเล่นสเก็ตบอร์ดโลดโผน ให้คิดหาวิธีต่อสู้กับใบสั่งผิดกฎจราจร เขาบอกว่า ลักษณะของปัญหาที่ดีที่เพิ่มความสมจริง และท้าทาย ได้แก่
 - ไม่เอื่อยถึงตัวแปรที่ต้องการคำนวณตรง ๆ
 - ใส่ข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์ลงไปด้วย
 - ผู้เรียนต้องหาข้อมูลที่ไม่ได้บอกในโจทย์ โดยหาเอาเองจากฐานความรู้ทั่วไป
 - ไม่เอื่อยถึงสมมติฐานที่จำเป็นในการแก้ปัญห

ใช้พลังของการ เรียนรู้เป็นกลุ่ม

- การแก้ปัญหาที่มีบริบทซับซ้อน มักจะยากเกินไปสำหรับผู้เรียนทำคนเดียว การทำงานเป็นกลุ่ม จะช่วยให้เกิดการเรียนรู้ได้ดีกว่า
- ผลงานวิจัยในวิชาฟิสิกส์ พบว่า กลุ่ม ๓ คน ให้ผลดีที่สุด ๒ คน น้อยเกินไปที่จะได้ความคิดที่แตกต่าง และ ๔ ขึ้นไปก็มากเกินไปจนมีผู้เรียนบางคนอยู่ในกลุ่มแบบไม่ทำงาน เขาบอกว่า กลุ่มหลากหลายระดับผลการเรียนได้ผลลัพธ์ที่ดีเท่ากับกลุ่มผู้เรียนหัวดี และกลุ่มเพศเดียวกัน กลุ่มหญิง ๒ ชาย ๑ ให้ผลดีที่สุด
- ขณะที่กลุ่มที่ไม่ดีคือ กลุ่มชาย ๒ หญิง ๑ (กลุ่ม ๓ คนจะเรียนได้ดียิ่งขึ้น หากหมุนเวียนกันทำหน้าที่ ผู้จัดการ (Manager) ผู้ไม่เชื่อ (Skeptic) ผู้ตรวจสอบ (Checker) ผู้บันทึก (Recorder)

ใช้วิธีการใหม่ในชั้น เรียนแบบเดิม

- วิธีการใหม่นี้ คือ ให้ผู้เรียนเรียนโดยการแก้ปัญหา โดยผู้เรียนเป็นผู้ลงมือทำ ไม่ใช่ ครูผู้สอนทำโจทย์พร้อมคำอธิบาย
- หัวใจ คือผู้เรียนจะไม่ได้เรียน หรือซ้ำร้ายเกิดการเรียนรู้ผิดๆ หากผู้เรียนใช้วิธีการที่ผิด
- ด้วยเหตุนี้เองตัวอย่างชิ้นงานที่ดีกับคู่มือกระบวนการแก้ปัญหา ๕ ขั้นตอน จึงช่วยได้มาก โดยผู้เรียนต้องลงรายละเอียดด้าน การใช้เหตุผลในระดับกรอบความคิด (Conceptual - Level Reasoning) เน้นการใช้เหตุผลในระดับลึก (Deep Reasoning) โดยหน้าที่ของผู้สอน คือ “ให้คำถาม ไม่ใช่ให้คำตอบ”

- การเรียนจะมีคุณค่าต่อผู้เรียนอย่างยิ่ง หากผู้สอนสามารถเปลี่ยนห้องสอน(Classroom) เป็นห้องทำงาน (Studio)
- โดยผู้สอนสร้างคลังปัญหาในวิชาที่สอน ให้ทีมผู้เรียน ๓ คน ฝึกแก้ปัญหา เริ่มจากง่ายไปยาก ขณะที่ผู้สอนเปลี่ยนบทบาทเป็นที่ปรึกษาจะช่วยให้ผู้เรียนเปลี่ยนนิสัยการเรียนรู้ จากใช้อัลกอริธึมแบบกลไกในสถานการณ์สมมติเป็นใช้แบบ “มีชีวิต” (Organic) ในโลกแห่งความเป็นจริง